

Unidad 8.4: Polinomios Matemáticas

Lección de Practica: Introducción a la resolución de ecuaciones cuadráticas al factorizar

Título de la Lección: Introducción a la Resolución de Ecuaciones Cuadráticas al Factorizar

Resumen de la Lección:

Esta lección guiará a los estudiantes a través de los pasos necesarios al resolver ecuaciones cuadráticas de tipo $x^2 + bx + c = 0$ mediante factorización. Los estudiantes “calentarán” resolviendo ecuaciones cuadráticas simples algebraicamente, gráficamente, y usando la característica de tablas de la calculadora de gráficas. La lección guiará a los estudiantes paso a paso para resolver una ecuación cuadrática al graficarla para solucionarla mediante factorización. La lección enseñará a los estudiantes las ecuaciones cuadráticas tipo $x^2 + bx + c = 0$.

Palabras Clave: ecuación cuadrática, factorización, ceros, radicales

Conocimiento de respaldo:

Los estudiantes debieron aprender cómo resolver y graficar ecuaciones lineales.
Los estudiantes debieron aprender terminología, tal como intersecciones, radicales, ceros.
Los estudiantes debieron aprender cómo graficar una ecuación con una calculadora de gráficas.
Los estudiantes deberían estar familiarizados con las ecuaciones estándares cuadráticas.

Objetivos de Aprendizaje: Para resolver ecuaciones cuadráticas mediante factorización y entender que es lo que representa la solución en una situación de problema.

Materiales: Paquete del estudiante “Resolviendo Cuadráticas mediante Factorización” y una calculadora de gráficas.

Imágenes de parábolas del mundo real (Los ejemplos aparecen en las últimas páginas.)

Procedimiento:

1. Muestre imágenes de parábolas del mundo real. Discuta como modelaron las ecuaciones cuadráticas del mundo real. Una discusión profunda dependerá del nivel de la clase y el tipo. Imágenes al final de la lección en la página del plan.
2. Revise la resolución de ecuaciones lineales, cuando sea necesario.
3. Organice a los estudiantes en grupos pequeños.
4. Distribuya el paquete del estudiante.
5. Explique que el paquete debe guiar a los estudiantes a formar algunas conclusiones sobre como resolver ecuaciones cuadráticas mediante la factorización.
6. Distribuya calculadoras gráficas según sea necesario.
7. Camine alrededor y monitoree el progreso de los estudiantes.
8. Examine el paquete.

Fuente:

http://www.math.uakron.edu/amc/AlgebraII/SolvingEquationsByFactoring_Nspire/SolvingEqByFactoringStudent.doc



ESTADO LIBRE ASOCIADO DE
PUERTO RICO
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

Unidad 8.4: Polinomios Matemáticas

Lección de Practica: Introducción a la resolución de ecuaciones cuadráticas al factorizar

Evaluación(es): El paquete del estudiante “Resolviendo Cuadráticas mediante Factorización.” Las Ecuaciones Cuadráticas también serán incluidas en la unidad de la prueba rápida/examen.

<http://www.pbs.org/wgbh/amex/goldengate/>



<http://www.carondelet.pvt.k12.ca.us/Family/Math/03210/page3.htm>

Other Instances of Parabolas

<http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Double-alaskan-rainbow.jpg>



Fuente:

http://www.math.uakron.edu/amc/AlgebraII/SolvingEquationsByFactoring_Nspire/SolvingEqByFactoringStudent.doc

Unidad 8.4: Polinomios
Matemáticas

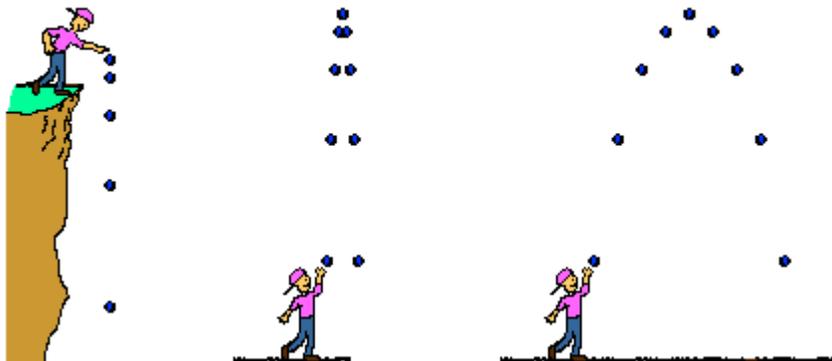
Lección de Practica: Introducción a la resolución de ecuaciones cuadráticas al factorizar

http://en.wikipedia.org/wiki/Hoover_Dam



<http://www.glenbrook.k12.il.us/gbssci/Phys/Class/vectors/u3l2a.html>

Types of Projectiles



Fuente:

http://www.math.uakron.edu/amc/AlgebraII/SolvingEquationsByFactoring_Nspire/SolvingEqByFactoringStudent.doc

Unidad 8.4: Polinomios
Matemáticas

Lección de Practica: Introducción a la resolución de ecuaciones cuadráticas al factorizar

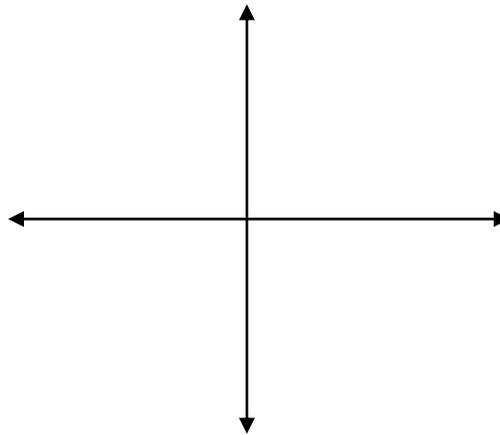
Resolviendo Cuadráticas mediante Factorización

Basados en trabajos previos, sabemos que podemos encontrar soluciones gráficas a ecuaciones cuadráticas al establecer la ecuación e igualarla a cero, y luego encontrar la intersección-x de la gráfica. ***Nuestra meta para esta investigación es ser capaces de resolver ecuaciones cuadráticas mediante la factorización.***

1. Resuelva la siguiente ecuación algebraica y revise su solución gráficamente usando la tabla.

a. $x^2 - 8 = 17$

Gráfica

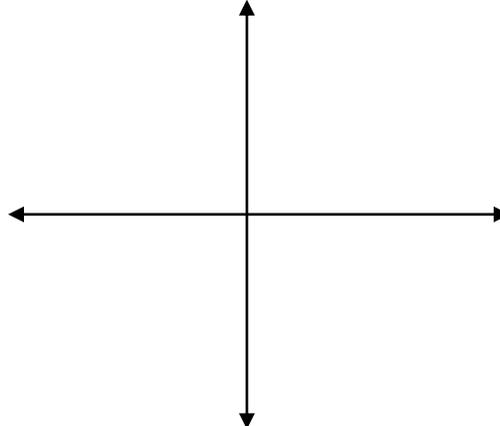


Tabla

X	Y
	0
	0
0	

b. $x^2 - 16 = 33$

Gráfica



Tabla

X	Y
	0
	0
0	

Fuente:

http://www.math.uakron.edu/amc/AlgebraII/SolvingEquationsByFactoring_Nspire/SolvingEqByFactoringStudent.doc

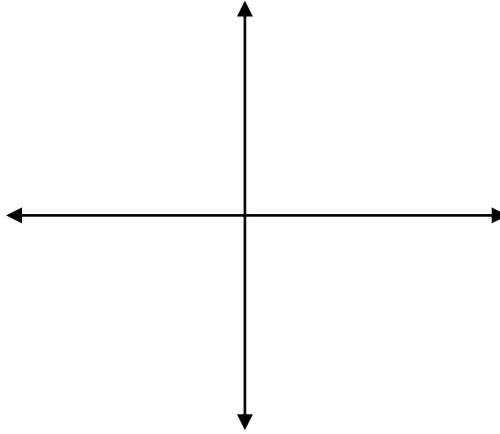


Unidad 8.4: Polinomios Matemáticas

Lección de Practica: Introducción a la resolución de ecuaciones cuadráticas al factorizar

c. $x^2 + 11 = 47$

Gráfica



Tabla

X	Y
	0
	0
0	

- ¿Tus soluciones para cada ecuación igualan los tres métodos?. Explique porque sí o porque no.
- Generalice y explique como sus tres métodos de solución se relacionan entre sí.
- Resuelva la siguiente ecuación cuadrática algebraicamente. **Revíselas** utilizando uno de los otros dos métodos. Usted deberá *agrandar su ventana de visión* para revisar algunas gráficas.
a. $x^2 = 49$ _____ b. $x^2 = 20$ _____ c. $x^2 + 14 = 50$ _____

Fuente:

http://www.math.uakron.edu/amc/AlgebraII/SolvingEquationsByFactoring_Nspire/SolvingEqByFactoringStudent.doc



Unidad 8.4: Polinomios Matemáticas

Lección de Practica: Introducción a la resolución de ecuaciones cuadráticas al factorizar

5. Resuelve lo siguiente utilizando el método dado.

- a. $10 = x^2 + 2x - 5$ _____ Resuelve usando la tabla.
b. $-8 = -2x^2 + 6x$ _____ Resuelve graficando.
c. $56 = 3x^2 + 8$ _____ Resuelve usando pasos algebraicos.

Cuando se grafica una **parábola**, los puntos donde la gráfica cruza los ejes-x se llaman **ceros**, o **radicales**, de la parábola. Estos son puntos donde $y = 0$.

Por ejemplo, para encontrar los radicales de la grafica para $y = x^2 - 9$ podemos hacer $y = 0$ y usar la gráfica. Pruébalo.

También podríamos organizar $y = 0$ y resolverlo usando los pasos algebraicos. Muestra tu trabajo:

6. Ahora, encuentra los radicales para $y = x^2 + 2x - 15$ usando la gráfica. $x =$ _____ y $x =$ _____
¿Qué pasa cuando tratamos de resolverlo usando los pasos algebraicos que hemos usado en el pasado?

Recuerde que la forma estándar de la función cuadrática es $y = ax^2 + bx + c$. Debemos usar un nuevo proceso algebraico para resolver las cuadráticas con un coeficiente $-b$. Uno de los posibles métodos es llamado **factorización de cuadráticas**. Este involucra *reescribir* una ecuación cuadrática en términos de sus factores. Los Factores son términos o cantidades que

Fuente:

http://www.math.uakron.edu/amc/AlgebraII/SolvingEquationsByFactoring_Nspire/SolvingEqByFactoringStudent.doc



Unidad 8.4: Polinomios Matemáticas

Lección de Practica: Introducción a la resolución de ecuaciones cuadráticas al factorizar

son *multiplicados*. Entonces, para entender la factorización, primero necesitamos revisar la multiplicación de términos algebraicos o cantidades usando la *propiedad distributiva* (FOIL).

7. Multiplique los siguientes factores para reescribir la expresión en su forma estándar usando la propiedad distributiva. Recuerde *combinar los términos comunes* después de que ha multiplicado.

a. $(x - 3)(x + 5)$ b. $(x + 2)(x - 6)$ c. $(x - 7)(x - 3)$ d. $(x + 4)(x - 4)$

8. ¿Qué patrón notas con respecto al coeficiente-b? Indicio: Involucra una suma.

9. ¿Qué patrón notas con respecto al valor de la constante-c? Indicio: Involucra un producto.

Debes haber notado: (a) El coeficiente del **medio** (b) esta la **suma** de los dos números en los factores. El término **constante** (c) esta el **producto** de los dos números en los factores.

10. Ahora, vamos a reescribir las siguientes expresiones estándares en su forma *factorial*.

a. $x^2 + 2x - 15$ b. $x^2 - 4x - 12$ c. $x^2 + 7x + 10$ d. $x^2 - 36$

11. Sigamos con la factorización. Escriba lo siguiente en su forma factorial.

a. $x^2 - x - 6$ b. $x^2 + 9x + 18$ c. $x^2 - 6x + 8$ d. $x^2 - 64$

e. $x^2 + 4x - 21$ f. $x^2 - 6x + 9$ g. $x^2 + 16x + 64$ h. $x^2 + x - 30$

Fuente:

http://www.math.uakron.edu/amc/AlgebraII/SolvingEquationsByFactoring_Nspire/SolvingEqByFactoringStudent.doc

Unidad 8.4: Polinomios Matemáticas

Lección de Practica: Introducción a la resolución de ecuaciones cuadráticas al factorizar

12. Gráfica #11a, #11b, y #11e. Escriba los radicales de cada gráfica. **Explique** cómo esos radicales se relacionan con sus formas factoriales.

#11a radicales: _____, #11b radicales _____, and #11e radicales _____

Explique:

13. Entonces, usando los resultados de la pregunta #11 y 12, dé los valores de x que harían la expresión igual a cero.

#11a valores- x : _____, #11b valores- x _____, y #11e valores- x _____

14. Generalice sus resultados de las preguntas #11, #12, y #13. ¿Cómo se relacionan los factores, radicales y ceros entre sí?

15. Al hacer la expresión igual a cero, hemos formado algunas ecuaciones. ¿Cuál sería otro término que podemos usar para estos valores- x que hacen la ecuación igual a cero?

Entonces, ¿de qué manera nos ayuda la factorización? Ya que podemos escribir ecuaciones en su forma factorial, podemos encontrar fácilmente radicales o ceros que nos ayuden a resolver ecuaciones. A estos se les llama **soluciones** a las ecuaciones cuadráticas.

Por ejemplo, regresemos y resolvamos $x^2 + 2x - 15 = 0$ usando los pasos algebraicos al factorizar.

Si reescribimos $x^2 + 2x - 15 = 0$ en su forma factorial obtenemos $(x - 3)(x + 5) = 0$. Una solución a la ecuación es $x = 3$ porque si sustituimos 3 en la ecuación en la x , obtendremos $(3 - 3)(3 + 5)$ o $(0)(8)$, lo que nos da 0. La otra solución es $x = -5$ porque si sustituimos -5 en la ecuación en la x , obtendremos $(-5 - 3)(-5 + 5)$ o $(-8)(0)$, lo que también resulta en 0.

Entonces, los dos valores de x que resolverían la ecuación son $x = 3$ y $x = -5$. Por supuesto que podemos verificarlo viendo la gráfica y encontrando los ceros. **La forma factorial nos ayuda a resolver la ecuación.**

16. Resuelva lo siguiente usando factorización.

a. $x^2 - 4x - 12 = 0$

b. $x^2 + 7x + 10 = 0$

Fuente:

http://www.math.uakron.edu/amc/AlgebraII/SolvingEquationsByFactoring_Nspire/SolvingEqByFactoringStudent.doc



Unidad 8.4: Polinomios Matemáticas

Lección de Practica: Introducción a la resolución de ecuaciones cuadráticas al factorizar

Muestre trabajo. $x = \underline{\hspace{2cm}}$ y $x = \underline{\hspace{2cm}}$ Muestre trabajo. $x = \underline{\hspace{2cm}}$ y $x = \underline{\hspace{2cm}}$

17. Resuelva las siguientes cuadráticas usando la factorización. **Primero**, reescriba las ecuaciones en su *forma factorial* y luego dé solución a las ecuaciones. Recuerde que la ecuación debe ser **igualada a cero** antes de factorizarla.

a. $x^2 + 4x - 21 = 0$ _____

b. $x^2 - 5x - 14 = 0$ _____

c. $x^2 + 5x + 6 = 0$ _____

d. $x^2 - 2x - 27 = 3$ _____

e. $x^2 + 9x - 36 = 0$ _____

f. $x^2 - 11x + 28 = -2$ _____

g. $x^2 + 7x - 60 = 0$ _____

h. $x^2 + 6x + 9 = 0$ _____

i. $x^2 - 64 = 0$ _____

j. $3x^2 - 27 = 0$ _____

Ahora, necesitamos ser capaces de escribir la ecuación viendo la gráfica. Hemos encontrado ceros en nuestras gráficas y hemos visto la conexión entre la solución de una ecuación y la gráfica.

Fuente:

http://www.math.uakron.edu/amc/AlgebraII/SolvingEquationsByFactoring_Nspire/SolvingEqByFactoringStudent.doc

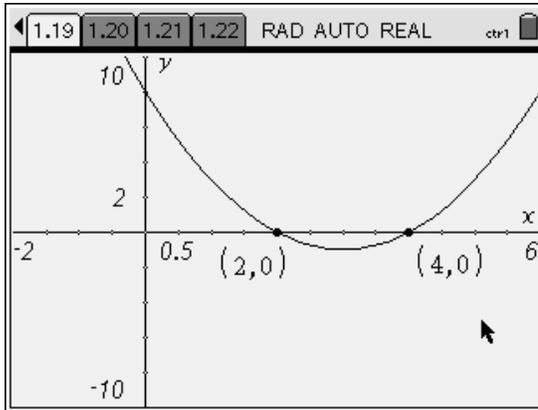


Unidad 8.4: Polinomios Matemáticas

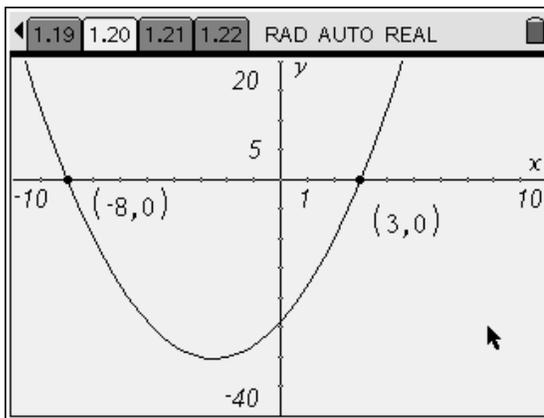
Lección de Practica: Introducción a la resolución de ecuaciones cuadráticas al factorizar

18. Dé la ecuación en su forma factorial para cada una de las gráficas cuadráticas.

a. _____



b. _____



c. _____

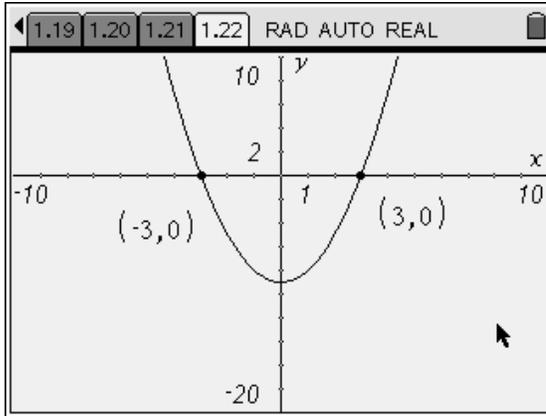
Fuente:

http://www.math.uakron.edu/amc/AlgebraII/SolvingEquationsByFactoring_Nspire/SolvingEqByFactoringStudent.doc

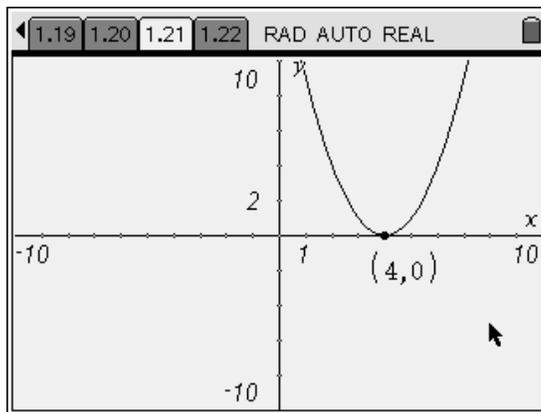


Unidad 8.4: Polinomios Matemáticas

Lección de Practica: Introducción a la resolución de ecuaciones cuadráticas al factorizar



d. _____



Problemas de Aplicación

19. El área de un rectángulo es dado por $A = x^2 + 18x + 72$.

a. Use la factorización para encontrar una expresión para las dimensiones del rectángulo.

b. Si el área del rectángulo es 7 pies cuadrados, ¿Cuáles son los posibles valores de x ?

Fuente:

http://www.math.uakron.edu/amc/AlgebraII/SolvingEquationsByFactoring_Nspire/SolvingEqByFactoringStudent.doc



Unidad 8.4: Polinomios Matemáticas

Lección de Practica: Introducción a la resolución de ecuaciones cuadráticas al factorizar

- c. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?
20. Recuerde que el área de un círculo esta dada por $A = \pi r^2$, donde r es el radio del círculo.
- a. Si un círculo en particular es dado por $A = \pi(x^2 - 20x + 100)$, encuentre una expresión para el radio del círculo.
- b. Si el área del círculo es 16π pies cuadrados, ¿Cuál es el valor de x?
21. El producto de dos enteros impares consecutivos es 1 menos que cuatro veces su suma. Encuentre los dos enteros. Indicio: Habrá dos conjuntos de soluciones.
22. La hipotenusa de un triangulo recto es 6 mas que su pata más corta. La pata mas larga es tres mas que la corta. Encuentre la longitud de la pata mas corta. Indicio: Dibuje un triangulo recto y aplique el teorema Pitagórico.

Fuente:

http://www.math.uakron.edu/amc/AlgebraII/SolvingEquationsByFactoring_Nspire/SolvingEqByFactoringStudent.doc



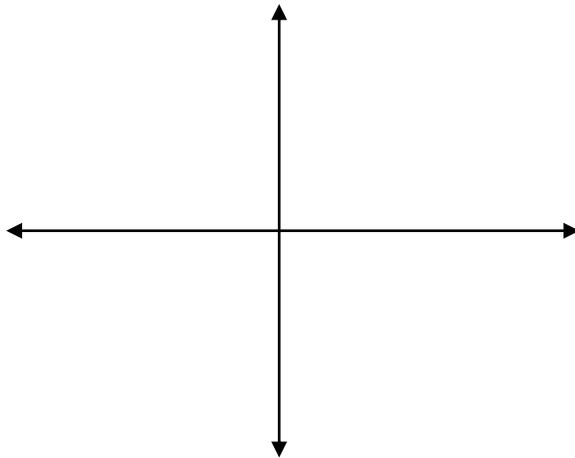
Unidad 8.4: Polinomios Matemáticas

Lección de Practica: Introducción a la resolución de ecuaciones cuadráticas al factorizar

23. Liste todas las definiciones, propiedades y métodos que ha aprendido o revisado durante esta investigación.

Extensión #1

Dibuje una gráfica de una función cuadrática que no tiene ningún número real como solución y explique porque no hay ningún número real como solución.



Fuente:

http://www.math.uakron.edu/amc/AlgebraII/SolvingEquationsByFactoring_Nspire/SolvingEqByFactoringStudent.doc)



Unidad 8.4: Polinomios Matemáticas

Lección de Practica: Introducción a la resolución de ecuaciones cuadráticas al factorizar

Extensión #2

Dos carros dejan la intersección. Uno de ellos viaja hacia el norte y el otro hacia el este, Cuando el carro que viaja al norte ha recorrido 24 millas, la distancia entre los carros era de cuatro millas mas que tres veces la distancia recorrida por el carro que va hacia el este. Encuentre la distancia entre los carros en ese momento.

Fuente:

http://www.math.uakron.edu/amc/AlgebraII/SolvingEquationsByFactoring_Nspire/SolvingEqByFactoringStudent.doc)